Διάλεξη 8: Αφηρημένοι Τύποι Δεδομένων

Στην ενότητα αυτή θα μελετηθούν τα εξής επιμέρους θέματα:

Αφηρημένοι Τύποι Δεδομένων (ΑΤΔ)

Οι ΑΤΔ Στοίβα και Ουρά

Υλοποίηση των ΑΤΔ Στοίβα και Ουρά με Στατική Δέσμευση Μνήμης

Διδάσκων: Δημήτρης Ζεϊναλιπούρ

Αφηρημένοι Τύποι Δεδομένων

- **Τύπος Δεδομένων:** ένας **τύπος** μαζί με ένα σύνολο **πράξεων** για τη **δημιουργία** και **επεξεργασία** δεδομένων του τύπου (int,char,float)
- **Αφηρημένος Τύπος Δεδομένων (ΑΤΔ):** μαθηματικό μοντέλο που αποτελείται από
  - ένα ή περισσότερα **πεδία ορισμού** και
  - ένα σύνολο **πράξεων** για επεξεργασία των πεδίων ορισμού.
- Όταν μιλούμε για ένα ΑΤΔ μας ενδιαφέρει η **προδιαγραφή** του και πως θα τον χρησιμοποιήσουμε. **Δεν μας ενδιαφέρει ο τρόπος υλοποίησής του μέσα στη μηχανή.** (Η υλοποίηση ενός ΑΤΔ μπορεί να αλλάξει χωρίς να επηρεάσει την ορθότητα προγραμμάτων που τον χρησιμοποιούν.)

Αφηρημένοι Τύποι Δεδομένων

Παραδείγματα:

1. Ο **τύπος** *int* μαζί με τις πράξεις +, *, /, =, είναι ένας τύπος δεδομένων.
   - Για να τον χρησιμοποιήσουμε χρειάζεται να γνωρίζουμε το σύνολο των πράξεων.
   - Ο τρόπος αναπαράστασής του στον υπολογιστή δεν μας ενδιαφέρει
2. **Ο Αφηρημένος Τύπος Δεδομένων (ΑΤΔ)** *Ουρά Προτεραιότητας, το οποίο* είναι ένα σύνολο στοιχείων τύπου *key* (π.χ. key = (int,int)), συνοδευόμενο από τις πιο κάτω πράξεις.
   - *δημιούργησε την άδεια ουρά προτεραιότητας, q,*
   - *έλεγξε αν η ουρά q είναι άδεια*
   - *βάλε το στοιχείο k στην ουρά q,*
   - *αφαίρεσε και επίστρεψε το μικρότερο στοιχείο της q (σύμφωνα με τη γραμμική διάταξη της ουράς).*

- **Ένας ΑΤΔ μπορεί να υλοποιηθεί με πολλούς τρόπους,** π.χ. μια ουρά προτεραιότητας μπορεί να υλοποιηθεί από δομές λίστας, δενδρικές δομές κλπ.

Λίστες

- **Λίστα**: μια ακολουθία στοιχείων (πχ. Queue ή Stack όπως θα δούμε στην συνέχεια)

  $\Lambda = \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$

- Αναφερόμαστε στα στοιχεία της λίστας ως **κόμβους**. Με $\Lambda[i]$ θα αναφερόμαστε στο i-οστό στοιχείο της λίστας.

- **Μήκος** μιας λίστας Λ ονομάζεται ο αριθμός των στοιχείων της και συμβολίζεται ως $|\Lambda|$.

- Αν $|\Lambda| = 0$ τότε αναφερόμαστε στην **κενή λίστα** την οποία συμβολίζουμε ως $\langle\rangle$.

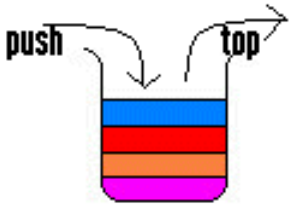
- Συνοδεύοντας λίστες με ένα σύνολο πράξεων μπορούμε να ορίσουμε **αφηρημένους τύπους δεδομένων**. Χρήσιμες πράξεις περιλαμβάνουν τις πιο κάτω:
  - Δημιουργία λίστας
  - Εισαγωγή νέου κόμβου στη λίστα
  - Εξαγωγή κόμβου από τη λίστα
  - Εύρεση κόμβου με ορισμένη ιδιότητα
  - Διάταξη της λίστας σύμφωνα με κάποια σχέση

Λίστες

- Οι πιο σημαντικές πράξεις στον ορισμό ενός ΑΤΔ-λίστας είναι η **εισαγωγή** και η **εξαγωγή** κόμβων στα **άκρα της λίστας**.
- Με βάση την προδιαγραφή αυτών των πράξεων, διακρίνουμε **δύο βασικούς τύπους λίστας** που έχουν πολλές και σημαντικές εφαρμογές σε κλάδους επιστημών που χρησιμοποιούν υπολογιστικές μεθόδους. Είναι οι ακόλουθες:
  - Η ***στοίβα*** (stack) που έχει μόνο ένα άκρο προσιτό για εισαγωγές και εξαγωγές κόμβων. *(LIFO – Last In First Out)*
  - Η ***ουρά*** (queue) όπου γίνονται εισαγωγές στο ένα άκρο και εξαγωγές από το άλλο. *(FIFO – First In First Out)*
- Υπάρχουν και άλλοι ΑΤΔ-λίστας μικρότερης πρακτικής σημασίας, όπως
  - ουρά με δύο άκρα,
  - πολλαπλή στοίβα, κλπ

ΑΤΔ Λίστα 1 : Στοίβες

- Ορίζουμε μια στοίβα ως μια λίστα συνοδευόμενη από τις πιο κάτω πράξεις:



MakeEmptyStack()	δημιούργησε την κενή στοίβα ⟨⟩.
IsEmptyStack(S)	επέστρεψε τη λογική τιμή που εκφράζει το αν η S είναι κενή.
Push(x,S)	εισήγαγε τον κόμβο x στη στοίβα S.
Pop(S)	διέγραψε τον κόμβο κορυφής της S.
Top(S)	δώσε τον κόμβο κορυφής της S.

ΑΤΔ Λίστα 1 : Στοίβες

Οι πράξεις αυτές προδιαγράφονται από τους εξής κανόνες:

IsEmptyStack (MakeEmptyStack()) = true

IsEmptyStack(Push(x,S)) = false

Pop(MakeEmptyStack()) = error

Pop(Push(x,S)) = S

Top(MakeEmptyStack()) = error

Top(Push(x,S)) = x

πολιτική LIFO

last in, first out

Υλοποίηση ΑΤΔ

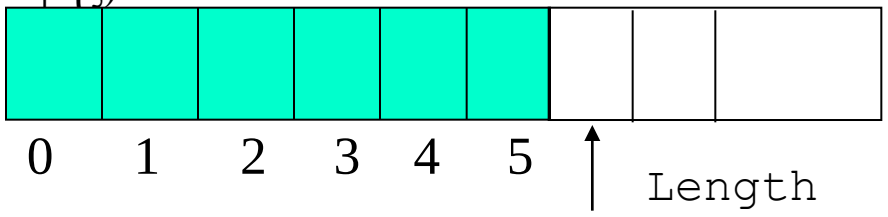
Οι προαναφερθείς ΑΤΔ μπορούν να υλοποιηθούν με διάφορες δομές δεδομένων χρησιμοποιώντας είτε **στατική** είτε **δυναμική χορήγηση** μνήμης.

Στατική: Δέσμευση μνήμης πριν την εκκίνηση προγράμματος (πχ struct node student;)

Δυναμική: Δέσμευση μνήμης κατά την διάρκεια της εκτέλεσης (struct node *student με malloc() και free())

Στοίβα με Στατική Δέσμευση Μνήμης

- Ο πιο απλός τρόπος είναι η χρήση μονοδιάστατου πίνακα. Χρειάζεται να γνωρίζουμε από την αρχή το μήκος της λίστας.
- Για την παράσταση στοίβας με στοιχεία $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ χρειαζόμαστε ένα πίνακα A στον οποίο θα αποθηκεύσουμε τα στοιχεία της στοίβας, A[i-1] = α_i. Πρέπει να γνωρίζουμε ανά πάσα στιγμή που βρίσκεται η κορυφή της στοίβας.
- Έτσι χρησιμοποιούμε μια *εγγραφή με δύο πεδία*
  1. ένα πίνακα `A[0..n-1]`, και
  2. μια μεταβλητή `Length` τύπου *ακέραιος* (που συγκρατεί τη θέση κορυφής).



Στοίβα με Στατική Δέσμευση Μνήμης - Υλοποίηση

Ο τύπος δεδομένων για τη **Στοίβα** με **Στατική** Δέσμευση Μνήμης είναι:

```
typedef struct {
   type list[size];
   int Length;
} Stack;
```

→ Στατική Δέσμευση size θέσεων μνήμης

Υλοποίηση πράξεων:

```
MakeEmpty(Stack *S){
   S->Length = 0;
}
```

```
Push(type x, Stack *S){
  if ((S->Length) < size) {
    S->list[S->Length]= x;
    (S->Length)++
  }
}
```

```
int IsEmpty(Stack *S){
   return (S->Length == 0);
}
```

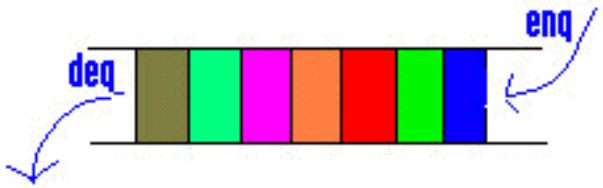
```
void Pop(Stack *S){
   if !IsEmpty(S)
        (S->Length)--;
}
```

```
type Top(Stack *S){
   if !IsEmpty(S)
    return
     S->list[(S->Length)-1];
}
```

ΑΤΔ Λίστα 2 : Ουρές

- Νέες εισαγωγές γίνονται στο πίσω άκρο.
- Εξαγωγές από το μπροστινό άκρο
- Ορίζουμε μια ουρά ως μια λίστα συνοδευόμενη από τις πιο κάτω πράξεις:

MakeEmptyQueue()	δημιούργησε την κενή ουρά <>.
IsEmptyQueue(Q)	επέστρεψε τη λογική τιμή που εκφράζει το αν η Q είναι κενή.
EnQueue (x,Q)	εισήγαγε τον κόμβο x στην ουρά Q.
DeQueue(Q)	διέγραψε τον κόμβο εξόδου της Q
Top(Q)	δώσε τον κόμβο εξόδου της Q.



ΑΤΔ Λίστα 2 : Ουρές

- Οι πράξεις αυτές προδιαγράφονται από τους εξής κανόνες

IsEmptyQueue(MakeEmptyQueue()) = true

IsEmptyQueue (EnQueue(x,Q)) = false

DeQueue(MakeEmptyQueue()) = error

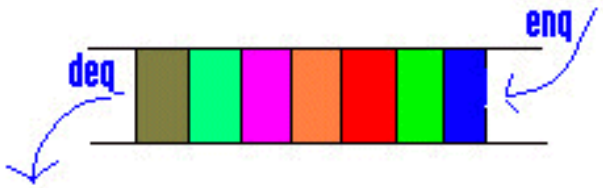
πολιτική FIFO

first in, first out

Top (MakeEmptyQueue ()) = error

Προτού να εισάγουμε το x

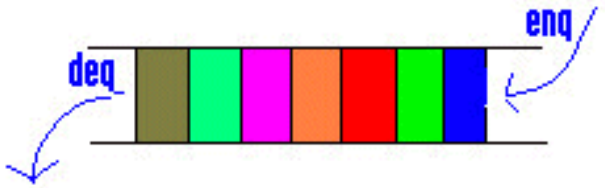
Top(EnQueue (x,Q)) = if IsEmptyQueue(Q) then x
else Top(Q)

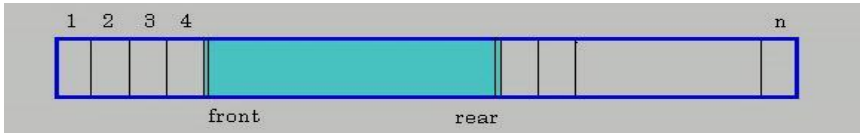


Ουρά (απλή) με Στατική Δέσμευση Μνήμης - Υλοποίηση

Ο τύπος δεδομένων που χρειάζεται για τη δομή είναι:

```
typedef struct {
   type list[SIZE];    // SIZE is a const variable
   int front;
   int rear;
} QUEUE;
```



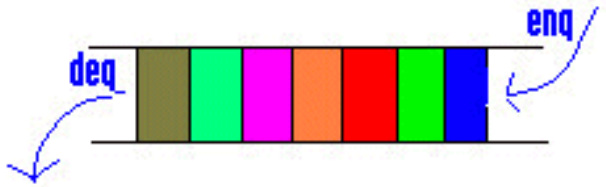


Υλοποίηση πράξεων:

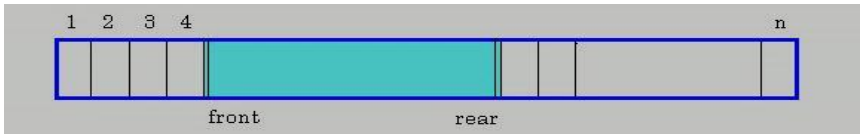
```
MakeEmpty(QUEUE *Q){
   Q->front = Q->rear = 0;
}
int IsEmpty(QUEUE *Q){
   return (Q->front == Q->rear);
}
```

Ουρά με Στατική Δέσμευση Μνήμης - Υλοποίηση

```
Enqueue(type x, QUEUE *Q){
   if (Q->rear < SIZE) {
        Q->list[Q->rear] = x;
        Q->rear++;}
}
```



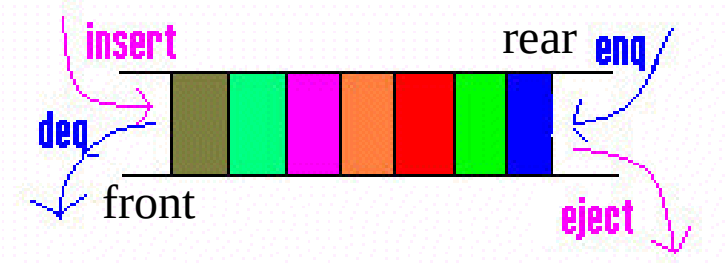

```
Dequeue(QUEUE *Q){
   if (!IsEmpty (Q) && (Q->front)<(Q->rear) ) {
        Q->front += 1;
   }
}
```




```
type Top(QUEUE *Q){
   if (!IsEmpty(Q)
        return Q->list[Q->front];
}
```

ΑΤΔ Λίστα 3 : Ουρές με Δύο Άκρα

- Ο ΑΤΔ ‘ουρά με δύο άκρα’ είναι παρόμοιος με το ΑΤΔ ουρά, με τη διαφορά ότι έχει δύο άκρα και επιτρέπει εισαγωγές και εξαγωγές και στα δύο.

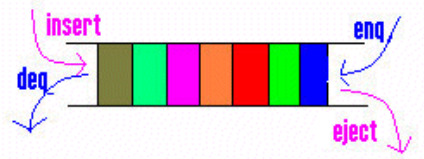


- Μια ουρά δύο άκρων ορίζεται ως μια λίστα συνοδευόμενη από τις πιο κάτω πράξεις: MakeEmptyQueue(), IsEmptyQueue(Q)

Insert(x, Q)	εισήγαγε το στοιχείο x στο μπροστινό άκρο της Q
Eject(Q)	διέγραψε τον κόμβο στο πίσω άκρο της Q
EnQueue (x,Q)	εισήγαγε τον στοιχείο x στο πίσω μέρος της Q.
DeQueue(Q)	διέγραψε τον κόμβο στο μπροστινό άκρο της Q
Front(Q)	δώσε τον κόμβο στο μπροστινό άκρο της Q
Rear(Q)	δώσε τον κόμβο στο πίσω άκρο της Q

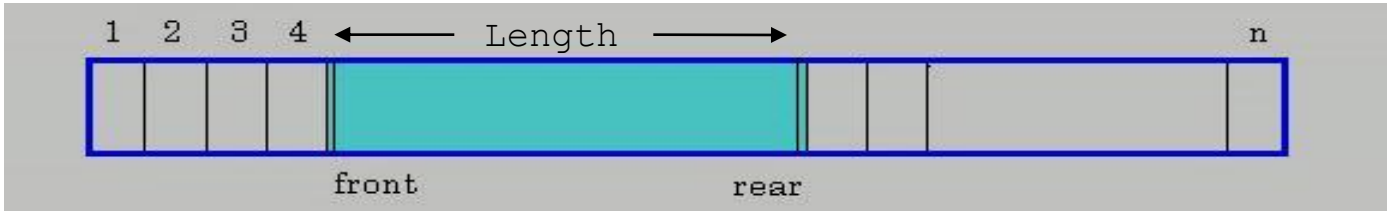
Ουρά (2 ακρών) με Στατική Δέσμευση Μνήμης

- Για την παράσταση μιας ουράς με στοιχεία α_0, α_1, ..., α_{n-1} χρειαζόμαστε
  - ένα πίνακα A στον οποίο θα αποθηκεύσουμε τα στοιχεία της ουράς, Θα αναφερόμαστε στο στοιχείο $A[i\text{-}1]$ σαν α_i ,
  - δύο δείκτες που προσδιορίζουν τα δύο προσιτά άκρα της ουράς.



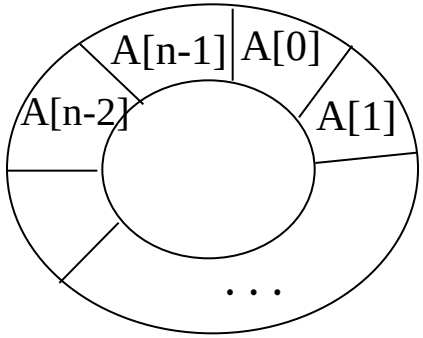
- Έτσι χρησιμοποιούμε μια εγγραφή με τρία πεδία
  1. ένα πίνακα `A[n]`,
  2. μια μεταβλητή `front`, τύπου *ακέραιος*, που συγκρατεί τη θέση που βρίσκεται αμέσως πριν τη θέση εξόδου, και
  3. μια μεταβλητή `rear`, τύπου *ακέραιος*, που συγκρατεί τη θέση του τελευταίου στοιχείου της ουράς.

     Μέγεθος ουράς: rear-front+1 (πχ rear=2, front=0 => length=3)



Κυκλική Ουρά

- Για λόγους χώρου μνήμης μπορούμε να πραγματοποιήσουμε την ουρά με μια ***κυκλική*** διάταξη των λέξεων της μνήμης. Δηλαδή θα θεωρούμε ότι η περιοχή μνήμης δεν αρχίζει με τη λέξη **A[0]** και τελειώνει με τη λέξη **A[n-1],** αλλά ότι μετά την **A[n-1]** ακολουθεί η **A[0].**



- Έτσι μετά από μια ακολουθία εισαγωγών και εξαγωγών η ουρά μας πιθανόν να έχει την πιο κάτω μορφή όπου θεωρούμε ότι **η αρχή της ουράς βρίσκεται στη θέση k** και το τέλος της ουράς στη θέση 4.