

## Φροντιστήριο 2 – Σύνοψη DFA

### ΟΡΙΣΜΟΣ

*Πεπερασμένο αυτόματο* είναι μια πεντάδα  $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ , όπου

1.  $Q$  είναι ένα πεπερασμένο σύνολο, τα στοιχεία του οποίου ονομάζονται *καταστάσεις*,
2.  $\Sigma$  είναι ένα πεπερασμένο σύνολο, που ονομάζεται *αλφάβητο*,
3.  $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ , είναι η *συνάρτηση μεταβάσεων*,
4.  $q_0 \in Q$  είναι η *εναρκτήρια κατάσταση* (αρχική κατάσταση),
5.  $F \subseteq Q$  είναι το *σύνολο των καταστάσεων αποδοχής* (τελικές καταστάσεις).

### ΟΡΙΣΜΟΣ

Το αυτόματο  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  *αποδέχεται* μια λέξη  $w = w_1w_2\dots w_n \in \Sigma^n$  αν υπάρχει ακολουθία καταστάσεων  $r_0, r_1, \dots, r_n$  του  $Q$  που να ικανοποιεί τις συνθήκες:

- $r_0 = q_0$
- $\delta(r_i, w_{i+1}) = r_{i+1}$ , για  $i = 0, \dots, n-1$ , και
- $r_n \in F$

Το αυτόματο  $M$  *αναγνωρίζει* τη γλώσσα  $A$  αν:

$$A = \{w \mid \text{το } M \text{ αποδέχεται την } w\}$$

### ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια γλώσσα λέγεται *κανονική* αν υπάρχει πεπερασμένο αυτόματο που να την αναγνωρίζει.

### ΘΕΩΡΗΜΑ

Η κλάση των κανονικών γλωσσών είναι κλειστή ως προς την ένωση.

### ΑΠΟΔΕΙΞΗ

- Κατασκευαστική
- Έστω  $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$  και  $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ .
- Κατασκευάζουμε το  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  ως εξής:
  - $Q = \{(r_1, r_2) \mid r_1 \in Q_1, r_2 \in Q_2\}$
  - $\Sigma$ : το αλφάβητο είναι το ίδιο με αυτό των  $M_1$  και  $M_2$ .
  - Για κάθε  $(r_1, r_2) \in Q$  και  $a \in \Sigma$ , θέτουμε  $\delta((r_1, r_2), a) = (\delta_1(r_1, a), \delta_2(r_2, a))$
  - $q_0 = (q_1, q_2)$
  - $F = \{(r_1, r_2) \in Q \mid r_1 \in F_1 \text{ ή } r_2 \in F_2\}$
  - Μπορούμε να δείξουμε ότι για οποιαδήποτε λέξη  $w$  επί του αλφάβητου  $\Sigma$ :
  - $w \in L(M)$  αν και μόνο αν  $w \in L(M_1) \cup L(M_2)$  (Δείξτε το!)